

EFECTO DEL RUIDO EN LA COMPRESIÓN DE DATOS DE LA SEÑAL ECG MEDIANTE TRANSFORMADAS ORTOGONALES.

Salvador Olmos y Pablo Laguna
 Centro Politécnico Superior. Universidad de Zaragoza
 María de Luna 3, 50015-ZARAGOZA.
 Tfno. 976-761932. e-mail: olmos@mcps.unizar.es

ABSTRACT.

Modeling of signals using orthogonal transforms is a very appropriate technique for ECG data compression. An increase of coefficient number (n) increases both signal and noise power reconstruction. A method for selecting the optimum number of coefficients (n^*) in noisy records is presented. Adaptive algorithms achieve better coefficient estimation when the input signal is corrupted with uncorrelated noise. In this work we analyze LMS algorithm that improves the estimation of classical inner product. A selection criteria of the μ step-size parameter is obtained in order to outperform inner product performance.

1. INTRODUCCION.

El objetivo de la compresión de datos es representar una señal con el mínimo número de bits y la mayor fidelidad posible, consiguiendo acelerar su transmisión, minimizar los recursos necesarios para su almacenamiento y procesado. En la literatura se ha presentado una gran variedad de métodos específicos de compresión para la señal electrocardiográfica (ECG) [1]. Su efectividad se evalúa generalmente con bases de datos con condiciones diferentes (frecuencia de muestreo, precisión, nivel de ruido, patologías presentes en los pacientes, ...). Además evaluar la calidad de la señal comprimida es una tarea muy compleja, ya que presupone la cuantificación de la información clínica presente en la señal ECG.

El objetivo de este trabajo es evaluar el efecto del ruido en el error de la señal reconstruida cuantificado como error cuadrático medio (MSE) cuando se utilizan sistemas de compresión para señales ECG mediante transformadas ortogonales.

2. COMPRESION DE DATOS DE LA SEÑAL ECG.

El funcionamiento de un sistema de compresión de datos mediante transformadas ortogonales queda reflejado en el diagrama de bloques de la figura 1. La señal digital ECG representada como vector $\mathbf{X} = [x_0 \ x_1 \ \dots \ x_{N-1}]^T$ es la entrada a la transformada \mathbf{T} generando la secuencia de salida $\mathbf{K} = [k_0 \ k_1 \ \dots \ k_{N-1}]^T$. Los elementos de \mathbf{K} son las magnitudes de la proyección del vector \mathbf{X} sobre la base \mathbf{T} . La compresión de datos se consigue mediante la selección de la fracción n de coeficientes más representativa con $n < N$.

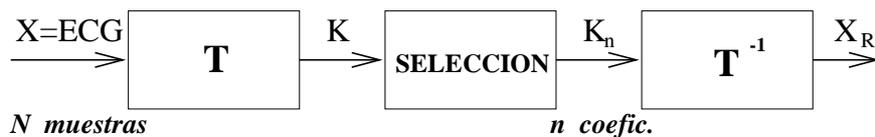


Figura 1. Diagrama de bloques de un sistema de compresión de datos con transformadas

El error cuadrático medio (MSE) asociado exclusivamente con la aproximación del vector \mathbf{X} con la proyección de rango n \mathbf{X}_R es

$$MSE_n = \frac{1}{N} \sum_{i=n}^{N-1} k_i^2.$$

En los sistemas de compresión de datos mediante transformadas ortogonales existe un compromiso general entre la calidad de la señal reconstruida (necesita un número elevado de coeficientes n) y la relación de compresión. Varias transformaciones ortogonales se han aplicado a la compresión de datos de la señal ECG (Transformada Discreta Coseno, Transformada de Legendre, Transformada de Hermite, Transformada de Karhunen-Loève). La transformada de Karhunen-Loève (KLT) es la transformación óptima en el sentido de que necesita el mínimo número de coeficientes para un valor de error cuadrático medio dado. Es el dominio en el que la señal y el ruido se encuentran más separados.

Si el ruido $\mathbf{N} = [n_0 \ n_1 \ \dots \ n_{N-1}]^T$ es aditivo a la señal ECG entonces el MSE entre \mathbf{X} y la señal comprimida será

$$MSE_n^{directo} = \frac{1}{N} \sum_{i=n}^{N-1} k_i^2 + \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{n-1} \alpha_i^2$$

donde α_i son los coeficientes del ruido \mathbf{N} en el dominio transformado. Los valores de MSE_n (asumiendo ruido blanco y utilizando la transformada KLT calculada a partir de una población de aprendizaje de más de 100.000 latidos de las bases de datos MIT-BIH y ST-T) se muestran en la figura 2 para varios valores de relación señal a ruido SNR. Existe un valor óptimo del número de coeficientes n^* que minimiza el MSE de señales ruidosas. Este valor viene determinado por la SNR de la señal de entrada y la representación en el dominio transformado de la señal y del ruido. Las expresiones se han simplificado para el caso particular de ruido blanco ($\alpha_i = \sigma$).

La SNR de la señal reconstruida será

$$SNR_n^{direct} = \frac{\sum_{i=0}^{n-1} k_i^2}{\sum_{i=0}^{n-1} \alpha_i^2} = \frac{\sum_{i=0}^{n-1} k_i^2}{n\sigma^2}$$

donde σ^2 es la varianza del ruido blanco.

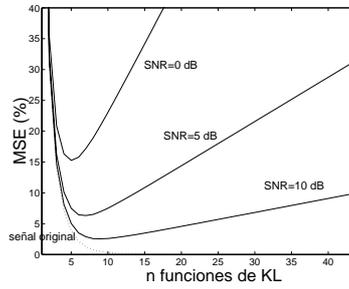


Figura 2. MSE y SNR con producto escalar y KLT para señales ECG ruidosas.

La selección del número óptimo de coeficientes n^* es un compromiso entre la relación de compresión y el error de reconstrucción (MSE).

3. ESTIMACIÓN ADAPTATIVA.

La estimación adaptativa de los coeficientes consigue una reducción del ruido incorrelado con la señal. Se propone la estructura lineal adaptativa [2] con entrada de referencia múltiple las funciones base de la transformada ortogonal (en este caso KLT). La matriz de autocorrelación es $\mathbf{R} = \frac{1}{N} \mathbf{I}$ y el vector de correlación cruzada es $\mathbf{P} = \frac{1}{N} [k_0 \ k_1 \ \dots \ k_{N-1}]^T$. La solución óptima para los coeficientes viene determinada por la ecuación de Wiener $\mathbf{R}^{-1} \mathbf{P} = [k_0 \ k_1 \ \dots \ k_{N-1}]^T$, es decir, la proyección de la señal limpia de ruido.

Cuando se utiliza el algoritmo adaptativo LMS para estimar los coeficientes se puede demostrar que la SNR de la señal estimada es

$$SNR_n^{LMS} = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=0}^{n-1} k_i^2}{\left(\mu \frac{n}{N} \right) \left(\frac{1}{N} \sum_{i=n}^{N-1} k_i^2 \right)}$$

La mejora de SNR del algoritmo LMS respecto al producto escalar en la señal reconstruida será

$$\Delta SNR_n^{LMS \text{ vs } directo} = \frac{SNR_n^{LMS}}{SNR_n^{directo}} = \frac{\sigma^2}{\mu \left(\sigma^2 + \frac{1}{N} \sum_{i=n}^{N-1} k_i^2 \right)}$$

El valor del parámetro de convergencia μ del algoritmo LMS que consigue una misma SNR es

$$\mu_{lim} = \frac{\sigma^2}{\sigma^2 + \frac{1}{N} \sum_{i=n}^{N-1} k_i^2}$$

Si se selecciona un valor $\mu < \mu_{lim}$ la estimación adaptativa de los coeficientes obtiene señales reconstruidas con mejor relación señal a ruido que el producto escalar. En la figura 3 se muestra los valores de μ_{lim} para la transformada KLT de la señal ECG y varios niveles de ruido.

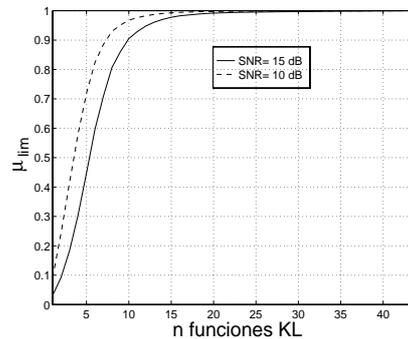


Figura 3. Valores de μ_{lim} para algoritmo LMS con igual SNR que producto escalar.

El MSE para el LMS será entonces

$$MSE_n^{LMS} = \left(1 + \frac{\mu}{N}\right) \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N-1} k_i^2 + \frac{\mu n}{N} \sigma^2$$

En la figura 4 se presenta el cociente entre $MSE_n^{directo}$ y MSE_n^{LMS} para valores de SNR=10,15 dB y $\mu = 0.4, 0.6$. Se puede observar que cuando se utilizan todos los coeficientes de la base ($n=N$) el factor de decrecimiento en MSE de LMS respecto a *producto escalar* es μ . Cuando se utiliza un valor de $\mu < \mu_{lim}$ se obtiene una mejora (ver figuras 3 y 4).

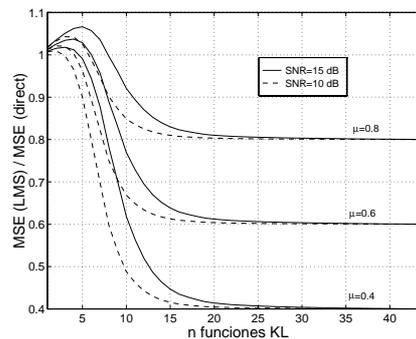


Figura 4. Ratio de MSE del algoritmo LMS respecto producto escalar.

Este estudio se ha realizado asumiendo señales ECG estacionarias. La selección de un valor del parámetro μ muy bajo puede tener problemas con los cambios dinámicos de la señal ECG, aumentando en ese caso el MSE. Por tanto es necesario un estudio sobre señales reales.

4. SIMULACIÓN.

Para estudiar el efecto del ruido en la estimación de los coeficientes de las transformadas ortogonales se propone el siguiente estudio. Se han considerado 25 registros de señales reales de la base de datos MIT-BIH que han sido contaminados con ruido blanco con una SNR de 15 dB. El nivel de ruido introducido es muy superior al inevitable ruido presente en las señales originales. Se ha aplicado la KLT con $n=15$ coeficientes, y los resultados (valor medio de MSE (T: teórico, E: experimental) y la desviación tipo) se recogen en la tabla 1.

Puede observarse que la estimación adaptativa con LMS y valores de $\mu < \mu_{lim}$ obtiene valores de MSE inferiores al producto escalar, pero los resultados no son tan buenos como los predichos en el estudio teórico debido a los cambios dinámicos de la señal ECG. Los puntos obtenidos experimentalmente están marcados en la figura 4 con (*).

		\overline{MSE} (%)	σ_{MSE}	$\left(\frac{MSE^{LMS}}{MSE^{directo}}\right) \pm \sigma$
Producto Escalar		T: 1.15	---	---
		E: 1.55	0.57	---
LMS	$\mu_{im} = 0.98$	T: 1.15	---	1
		E: 1.14	0.37	0.71 ± 0.12
	$\mu = 0.8$	T: 0.96	---	0.83
		E: 1.07	0.37	0.70 ± 0.16
	$\mu = 0.6$	T: 0.73	---	0.64
		E: 1.11	0.43	0.75 ± 0.25
	$\mu = 0.4$	T: 0.51	---	0.45
		E: 1.28	0.59	0.87 ± 0.40

Tabla 1. Valores de \overline{MSE} y σ_{MSE} para señales reales.

En la figura 5 se presenta un ejemplo de señal original y reconstruida con producto escalar y algoritmo LMS con SNR original de 15 dB en el complejo QRS y un valor de $\mu = 0.6$.

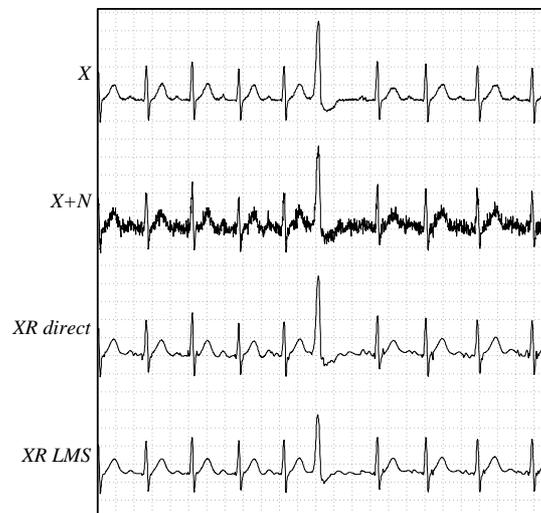


Figura 5. Señal ECG original, contaminada con ruido y reconstrucciones con producto escalar y LMS.

5. CONCLUSIONES.

Se ha estudiado el efecto del ruido en la compresión de datos de señales ECG mediante transformadas ortogonales. Se han analizado dos alternativas: producto escalar y estimación adaptativa con el algoritmo LMS. Las dos técnicas son comparadas en error de reconstrucción MSE y mejora de relación señal a ruido ΔSNR . Para valores del parámetro de convergencia $\mu < \mu_{im}$ el algoritmo LMS consigue valores de SNR más grandes que el producto escalar y menores valores de MSE.

Se ha realizado un estudio de simulación con señales ECG reales de la base de datos MIT-BIH contaminadas con ruido blanco demostrando que un valor de $\mu = 0.8$ proporciona el mínimo valor de MSE, siendo un 30% inferior al obtenido con producto escalar.

6. REFERENCIAS¹.

- [1] S.M.S. Jalaleddine, C.G. Hutchens, R.F. Strattan, W.A. Coberly, "ECG data compression techniques: A unified approach", IEEE Trans. on Biomedical Engineering, vol. BME-37, pp. 329-341, Apr. 1990.
- [2] B. Widrow, S.D. Stearns, "Adaptive Signal Processing", Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1985.

¹ Este proyecto ha sido financiado por los proyectos CICYT TIC94-0608-01:02, CICYT TIC95-1022-C05-02 y PIT06/93