

Compresión de señales ECG multiderivacionales mediante expansiones ortogonales óptimas: WP y KL

Salvador Olmos[#], David Echeverría[#], Raimon Jané[&] y Pablo Laguna[#]

([#]) Dpt. Ingeniería Electrónica y Comunicaciones, Centro Politécnico Superior. Univ. de Zaragoza

(&) Dpt. ESAII-Centre de Recerca d'Enginyeria Biomèdica. Universitat Politècnica de Catalunya

Resumen

En este trabajo se presenta la extensión de los métodos de compresión mediante transformadas ortogonales para señales multiderivacionales, consiguiendo eliminar redundancia existente entre las diferentes derivaciones del ECG. Se analiza la transformada de Karhunen-Loève (KL) y un método publicado recientemente [1] basado en wavelet packets (WP). El método multiderivacional basado en WP consigue una relación de compresión media de 30.4:1 (para 2 derivaciones) frente a 21.4:1 del método monoderivacional [1] evaluado en los mismos registros y produciendo el mismo nivel de error. Mejores resultados se pueden obtener en registros de mayor número de derivaciones.

1 Introducción.

La compresión de datos biomédicos es necesaria en aplicaciones donde se generan grandes volúmenes de información, como por ejemplo los registros ECG de larga duración. Durante las últimas décadas con la proliferación de los sistemas de adquisición digital y posterior análisis de señales ECG, el volumen de información de señales ECG ha crecido vertiginosamente, por lo que la aplicación de sistemas de compresión supone una ventaja notable.

La compresión de datos puede entenderse como el proceso de detección y eliminación de redundancias en la señal [2]. Los métodos de compresión pueden clasificarse en dos grandes familias: *sin pérdidas* y *con pérdidas*. Los primeros reproducen de forma exacta la señal original, pero tienen el inconveniente que las relaciones de compresión obtenidas para señales biomédicas son muy bajas (del orden de 2:1). Es por ello, que los más utilizados pertenecen a la segunda familia. Tres grupos diferentes pueden distinguirse: *métodos directos*, *métodos mediante transformadas* y *extracción de parámetros* [2].

La mayoría de estos métodos se aplican de forma independiente sobre cada una de las derivaciones de la señal ECG, y por tanto no se logra eliminar la redundancia existente entre las derivaciones. En este

trabajo se presenta la aplicación de métodos basados en transformadas ortogonales para registros multiderivacionales. Se analizan la transformada óptima de Karhunen-Loève (KL) y una aproximación rápida a la transformada de KL multiderivacional basado en *wavelet packets*.

2 Expansiones ortogonales de señales multiderivacionales.

Los sistemas de compresión mediante transformadas (TC) logran eliminar la correlación entre las muestras de un vector de señal \mathbf{X} . Basándose en este hecho, y en que los registros multiderivacionales de la señal ECG presentan una alta correlación entre derivaciones (ya que corresponden a proyecciones usualmente no ortogonales del dipolo eléctrico cardíaco), proponemos utilizar transformaciones ortogonales \mathbf{T} que se apliquen sobre una concatenación de las diferentes derivaciones de la señal ECG. Matemáticamente se puede expresar como

$$\mathbf{Y} = \mathbf{T} \mathbf{X}, \quad (1)$$

donde ahora $\mathbf{X} = [\mathbf{X}_0^T \mathbf{X}_1^T \dots \mathbf{X}_{L-1}^T]^T$, siendo \mathbf{X}_i el vector de señal de la derivación i . Su dimensión será $(LN \times 1)$, siendo L el número de derivaciones y N la longitud del vector de señal monoderivacional. Formalmente nos encontramos ante el mismo problema que el caso monoderivacional, pero con vectores con un número mayor de componentes.

A continuación se presentan dos posibles transformaciones ortogonales para señales multiderivacionales.

2.1 Transformada óptima de KL.

La transformada ortogonal que mejor concentra la energía y logra una decorrelación perfecta de la señal es la transformada de Karhunen-Loève [3]. Es por tanto, la primera candidata a ser utilizada por los sistemas de compresión multiderivacional. En el caso multiderivacional además de la decorrelación temporal se consigue decorrelar las diferentes derivaciones. Al tratarse de una transformación estadística, su base debe estimarse a partir de un conjunto de señales de aprendizaje y diagonalizar la matriz de covarianza, con una complejidad de $O((LN)^3)$.

Cuando la base de KL se construye de forma localizada (los vectores que se utilizan para la estimación de la matriz de covarianza son un segmento de los que se comprimirán), además de codificar los coeficientes más representativos del vector transformado \mathbf{Y} , se genera una información lateral debida a la necesidad de información sobre las funciones base seleccionadas. Otro tipo de aplicaciones han utilizado bases de KL universales entrenadas con un gran conjunto de señales que intentan recoger todo el abanico posible de morfologías de la señal ECG [4]. En este caso no existe la información lateral adicional de las bases, se aligera el problema de complejidad computacional ya que las bases sólo se calculan una vez, pero su comportamiento no es tan óptimo como en el caso de bases localizadas debido a que las bases se han construido para un grupo más heterogéneo de señales. En este trabajo se analizará la transformada de KL localizada.

2.2 Wavelet packets.

La técnica de *wavelet packets* (WP) consiste en una generalización de la descomposición multiresolución de una señal, incluyendo una familia completa (árbol) de descomposiciones ortonormales mediante un banco de filtros [5]. A continuación se presenta una breve descripción aunque más detalles se pueden encontrar en [5].

Para una señal de duración $LN=2^Q$, se generan de forma eficiente más de 2^{LN} bases ortonormales (entre ellas la STFT y la transformada *wavelet*). En la figura 1 se muestra el proceso de construcción del árbol de *wavelet packets* para una señal de duración $LN=2^Q$ aplicando iterativamente un banco de filtros QMF (formado por un filtro pasabajo y otro paso alto). El número de coeficientes de cada vértice se indica en la figura. El árbol completo tendrá Q niveles. Cualquier conjunto de vértices que cumplen la propiedad de que cada camino de la raíz hasta una hoja terminal contiene únicamente un vértice del conjunto constituye una expansión ortonormal de la señal. Un argumento inductivo nos permite decir que existen más de 2^{LN} posibles expansiones ortonormales diferentes.

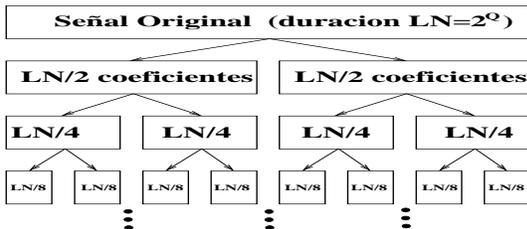


Figura 1: Construcción del árbol de expansiones con WP.

Para seleccionar la mejor descomposición ortonormal para un conjunto de vectores de señal de entrada, se expanden de forma independiente todos los vectores en su árbol de coeficientes y se genera un árbol de varianzas acumulando el cuadrado de los coeficien-

tes. Sobre el árbol de varianzas se aplica un algoritmo de búsqueda para determinar la mejor base que representa al conjunto de vectores. Para la búsqueda se define una función de coste aditiva a cada vértice del árbol. Seleccionada la mejor base ortonormal se ordenan sus componentes por orden decreciente de contribución a la varianza total, seleccionando únicamente los más significativos con un criterio de umbral de energía representada.

La función de coste utilizada durante la búsqueda de la mejor base es [1]

$$J(\alpha) = \sum \log_2 |\alpha_i| \quad (2)$$

siendo α un vértice del árbol, y α_i los coeficientes del vértice α , y asumiendo $\log 0 = 0$. Se ha seleccionado esta función de coste porque la transformada óptima de KL minimiza esta función de coste entre todas las bases ortogonales, por lo que el método propuesto selecciona la mejor aproximación a la KL dentro del conjunto de expansiones. Para ello se dispone de algoritmos eficientes siendo su complejidad $O(LN \log_2(LN))$.

Una vez seleccionada la base óptima se procede a la selección de los coeficientes más representativos, que se realiza de forma automática definiendo un umbral de la fracción de energía a representar de la señal.

Wickerhauser [5] propuso una nueva etapa de compresión sobre los coeficientes seleccionados (también utilizado en [1]) aplicando la transformada de KL sobre el reducido conjunto de coeficientes seleccionados de la WP para mejorar la compresión. Por tanto se enviarán los coeficientes más representativos de la base de KL que representan a los coeficientes de la WP. Este nuevo número de coeficientes se calcula también automáticamente a partir de un umbral de energía representada. El cálculo de las bases de KL no tiene una carga computacional tan elevada gracias a la reducción de coeficientes conseguida con la primera etapa de compresión (expansión mediante *wavelet packets*).

En este trabajo se propone la extensión directa de este método para registros multidireccionales considerando el vector de señal como la concatenación de las diferentes derivaciones. Más detalles sobre la implementación del método (segmentación de los latidos, umbrales para la selección de coeficientes, información lateral generada, etc.) se encuentran en [1]. A continuación se presentan los resultados de este sistema de compresión. Se ha seleccionado exactamente el mismo conjunto de señales de la base de datos MIT-BIH Arrhythmia que el presentado en [1] para facilitar la tarea de comparación de prestaciones.

3 Resultados.

3.1 KL localizada vs Wavelet Packets.

En primer lugar, es de gran interés comparar las prestaciones de la mejor base de las *wavelet packets*

aplicando posteriormente la transformada de KL al conjunto de coeficientes seleccionados, con respecto a la base óptima de KL localizada aplicada directamente sobre la señal multiderivacional. Para ello se seleccionan 10 min. del registro 100 de la base de datos. Para reducir el efecto de variaciones bruscas de morfología debido a latidos con diferentes patologías (normales, ventriculares, etc.) se procede a la codificación de la señal diferencia de cada latido y el latido medio de su correspondiente grupo morfológico (que se enviará como información lateral) con ambas transformadas. Sus prestaciones de compresión se comparan con las curvas distorsión-compresión (RD) que recogen un variado conjunto de condiciones de funcionamiento posibles de ambas transformadas. Cada punto de funcionamiento se selecciona a partir de umbrales de varianza de los coeficientes que determinan el número de funciones a utilizar en las expansiones, tanto en el caso de WP como en el de KL. Únicamente se evalúa el número de funciones utilizadas en la expansión, sin tener en cuenta la información lateral. En la figura 2 se muestra cómo la KL aplicada sobre la señal directamente es la transformada ortogonal óptima ya que para el mismo número de coeficientes genera una distorsión ligeramente menor. La diferencia en calidad de la señal reconstruida entre ámbos métodos es apenas apreciable, si se tiene en cuenta que las señales se digitalizaron con una resolución de $5 \mu V/LSB$. Por tanto, la mejor base seleccionada de las WP combinada con la aplicación de la KL de menor rango se aproxima con mucha precisión a la transformada de KL aplicada sobre la señal original, siendo por tanto una muy buena alternativa.

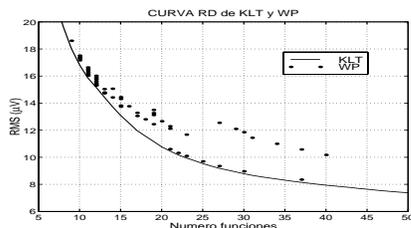


Figura 2: Curvas distorsión-numero_coeficientes de KL y WP sobre registro 100.

Sin embargo, el sistema de compresión debe contabilizar tanto el número de coeficientes seleccionados, como el número de bits utilizado para cada coeficiente y la información lateral necesaria para reconstruir la señal. Es aquí donde aparecen las ventajas del método basado en WP frente a KL. La transformada de KL localizada necesita como información lateral las funciones base seleccionadas para la representación de la señal (vectores de longitud LN).

En cambio, con el método basado en *wavelet packets* la compresión se realiza en dos etapas. En la primera etapa la información lateral se codifica de forma muy compacta porque sólo hace falta indicar qué posición ocupa la mejor base dentro del árbol.

En la segunda etapa (para codificar los coeficientes seleccionados) se realiza una transformada de KL, pero ahora con dimensiones mucho más reducidas. Por tanto, el volumen de información lateral total es mucho menor.

En la figura 3 se muestran las curvas RD contabilizando tanto el efecto de la cuantificación de los coeficientes como la información lateral (velocidad de transmisión en bits por segundo bps). Se observa como las prestaciones del método basado en *wavelet packets* obtiene mejores resultados para registros multiderivacionales.

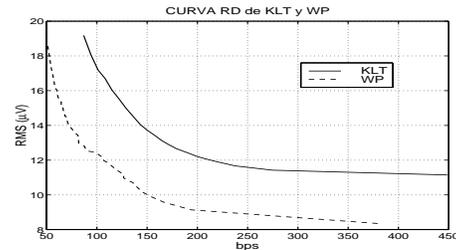


Figura 3: Curvas distorsión-velocidad_transmisión de KL y WP sobre registro 100.

3.2 Wavelet Packets multiderivacional vs monoderivacional.

Una vez mostrado que la WP es una muy buena alternativa a la KL (tanto en prestaciones de distorsión-compresión como complejidad algorítmica) se aplica a la misma selección de registros presentada en [1] para comparar las prestaciones del sistema multiderivacional frente al monoderivacional presentado en [1], que se demostró producir las mejores prestaciones entre muchos métodos de compresión (MultiWave, Transformada Discreta de Legendre, Time Warped Polynomials, ...).

Para poder comparar ambos métodos es necesario, por ejemplo, asegurar que ámbos métodos producen el mismo error de reconstrucción y ver cuál genera una mayor compresión. Para ello se han calculado curvas RD del sistema multiderivacional para cada uno de los registros analizados y se selecciona el punto de funcionamiento que produce la misma distorsión (valores RMS en μV) que el conjunto de las derivaciones individuales presentado en [1]. En la figura 4 se muestran los resultados comparativos de velocidad de transmisión (bps). En barras negras se representa la velocidad de transmisión para el registro multiderivacional (2 derivaciones), y en barras grises y blancas las velocidades de transmisión de cada una de las derivaciones según [1]. Se muestra que la utilización del método multiderivacional produce unas velocidades de transmisión sensiblemente menores. La relación de compresión media con el método multiderivacional resulta ser 30.48:1 frente a 21.4:1 para el método monoderivacional presentado en [1]. Supone un aumento en un factor 1.42 en la relación de compresión media asegurando que se pro-

duce el mismo error en cada uno de los registros.

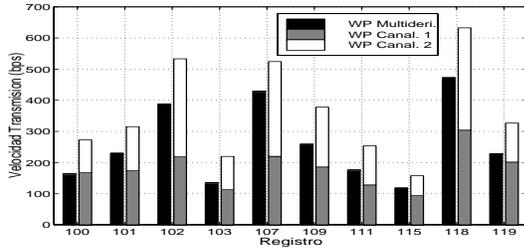


Figura 4: Resultados de vel. transmisión (bps) de WP multiderivacional y monoderivacional.

3.3 Wavelet Packets multiderivacional.

Una vez mostrada la mejora de prestaciones obtenida con el sistema multiderivacional se propone su aplicación de forma práctica a los registros seleccionados. En el apartado anterior se seleccionó el punto de funcionamiento que generase el mismo error de reconstrucción en cada registro que la media de errores obtenidos en cada derivación [1]. Este punto de funcionamiento resultó ser diferente en cada registro. Es por tanto muy crítico definir *a priori* un punto de funcionamiento aceptable para todos los casos. Para ello se toma como criterio dos umbrales de varianzas marginales (uno para cada una de las etapas de compresión del sistema) de forma que el número de funciones en cada caso viene determinado por aquel que no supere un umbral de la varianza marginal.

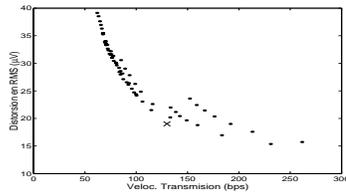


Figura 5: Diagrama RD global para la selección de umbrales marginales óptimos.

Para ello se realiza una búsqueda de los valores óptimos de los umbrales de varianza marginal calculando la curva RD global (contabilizando la distorsión y veloc. de transmisión en todos los registros seleccionados). En la figura 5 se representa mediante X las prestaciones medias de distorsión-compresión obtenidas con los puntos óptimos específicos de cada registro, y con puntos las prestaciones medias para valores de umbrales de varianza marginales fijos para todos los registros. Se observa que existen puntos de funcionamiento determinados por valores umbrales de varianza marginal que obtiene prestaciones similares al punto X.

Si se aplica uno de los puntos de funcionamiento cercanos a los mismos registros se obtienen los resultados de distorsión y velocidad de transmisión mostrados en la figura 6. La relación de compresión media obtenida es de 34.7:1 y el valor de RMS global $21.51 \pm 7.85 \mu V$.

Para medir la bondad de las señales reconstruidas muchos autores utilizan medidas relativas de error co-

mo el PRD(%), a falta de criterios objetivos que logren cuantificar la información clínica. Para facilitar la comparación con otros métodos los valores RMS representados en la figura 6 corresponden a valores de PRD $5.44 \pm 2.30\%$. Estos errores de reconstrucción son apenas apreciables, y en algunos casos se deben a que el método logra eliminar ruido de alta frecuencia presente en la señal.

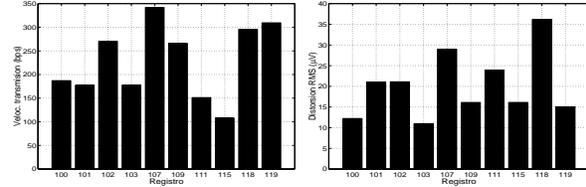


Figura 6: Veloc. transmisión y distorsión del sistema WP multiderivacional en registros de MIT-BIH Arrhythmia.

4 Conclusiones.

En este trabajo se ha presentado la extensión de los métodos de compresión mediante transformadas para señales multiderivacionales. Con ello se logra eliminar redundancia entre las diferentes derivaciones, mejorando notablemente las relaciones de compresión y manteniendo la misma calidad de las señales reconstruidas. Se han analizado la transformada óptima de Karhunen-Loève y una aproximación rápida utilizando *wavelet packets*, y posteriormente aplicando una transformada de Karhunen-Loève sobre el conjunto de coeficientes seleccionados. Se muestra como aumenta su compresión en un 61.3% respecto al método monoderivacional presentado en [1] asegurando el mismo error de reconstrucción.

La potencialidad de este método reside en la eliminación de redundancias entre diferentes derivaciones, por lo que cabe obtener mejores resultados aún para registros con más de 2 derivaciones.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido financiado parcialmente por TIC97-0945-CO2 -01:02 (CICYT).

Referencias

- [1] B. Bradie, "Wavelet package-based compression of single lead ECG," *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, vol. 43, pp. 493–501, 1996.
- [2] S. M. S. Jalaleddine, C. G. Hutchens, R. D. Stratton, and W. A. Coberly, "ECG data compression techniques: A unified approach," *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, vol. BME-37, pp. 329–341, Apr. 1990.
- [3] C. W. Therrien, *Discrete random signals and statistical signal processing*. Prentice-Hall, 1992.
- [4] S. Olmos, M. Millán, J. García, and P. Laguna, "ECG data compression with the Karhunen-Loève transform," in *Computers in Cardiology 1996*, pp. 253–256, IEEE Computer Society Press, 1996.
- [5] M. V. Wickerhauser, *Adapted Wavelet Analysis from Theory to Software*, ch. 11. Piscataway, NJ: IEEE Press, 1994.